

doi:10.19306/j.cnki.2095-8110.2021.05.003

未知纬度条件下基于空间圆拟合的 SINS 初始对准方法

管世印, 张志利, 周召发, 梁 哲

(火箭军工程大学导弹工程学院, 西安 710025)

摘要:传统的捷联惯导系统(SINS)晃动基座初始对准算法,如积分双矢量方法和多矢量 Wahba 方法等均需要精确的纬度信息,粗对准偏航角误差较大。针对此特点,提出了一种未知纬度条件下基于空间圆拟合的 SINS 初始对准方法。根据重力矢量在惯性系中绕地轴旋转包含北向信息的特征,以初始时刻凝固载体坐标系作为惯性系,首先对重力矢量在凝固载体系内进行投影并滤波,对其矢量端点进行空间圆拟合,然后通过三角几何关系得到导航坐标系,从而完成对准过程。通过仿真验证,证实了该对准方法不需要已知对准点的精确位置信息,相比于积分双矢量方法与多矢量 Wahba 方法,偏航角对准精度分别提高了 $12.37'$ 与 $5.10'$ 。

关键词:初始对准;最小二乘法;凝固载体坐标系;空间圆拟合;低通滤波

中图分类号:V249.3

文献标志码:A

文章编号:2095-8110(2021)05-0018-05

SINS Initial Alignment Method Based on Space Circle Fitting Without Latitude

GUAN Shi-yin, ZHANG Zhi-li, ZHOU Zhao-fa, LIANG Zhe

(College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an 710025, China)

Abstract: As the traditional initial alignment algorithms with swaying base of strapdown inertial navigation system(SINS), such as the integral double vector method and the multi-vector Wahba method, need accurate latitude information and have large coarse alignment error, a SINS initial alignment method based on spatial circle fitting without latitude is proposed. According to the fact that the information of north is included in the gravity vector's rotating about the earth's axis in the inertial frame, the gravity vector is firstly projected and filtered in the solidification carrier frame which is taken as inertial frame, and the spatial circle fitting is performed with vector ends, then the navigation frame is obtained through triangular geometric relationship, and finally the alignment process is completed. The simulation results verify that there is no need to provide the precise position information of the alignment point to the proposed alignment method, and compared with the integral double vector method and the multi-vector Wahba method, the yaw angle alignment accuracies are improved by $12.37'$ and $5.10'$ respectively.

Key words: Initial alignment; Least squares method; Solidified carrier coordinate system; Spatial circle fitting; Low pass filter

收稿日期:2020-12-29;修订日期:2021-02-09

作者简介:管世印(1992-),男,硕士,主要从事车载定位定向技术方面的研究。

通信作者:张志利(1966-),男,教授,博士生导师,主要从事系统仿真与车载定位定向技术方面的研究。

0 引言

捷联惯导系统 (Strapdown Inertial Navigation System, SINS) 在进入导航状态前必须进行初始对准。SINS 的初始对准通常需要精确的纬度值来构建参考矢量模型, 而当对准环境较为恶劣时, 如在隧道、水下、地下等环境中获得精确的纬度值并不容易, 研究未知纬度条件的对准具有一定的理论意义与应用背景。为此可以从两方面考虑, 一是进行纬度的估计, 通过 2 个不同时刻的重力加速度夹角与纬度之间的几何关系进行求解^[1-2]; 二是通过重力矢量几何运算求得北向信息, 改进对准算法^[3-4]。

在处理晃动基座对准问题上, 通常采用基于惯性系或中间参考坐标系的对准方法, 通过空间中凝固某一时刻坐标系作为过渡传递矩阵, 求得对准矩阵, 且粗对准的结果尤其是偏航角的对准结果往往误差较大^[5-7]。

理想情况下, 在任一惯性系中观察, 重力矢量绕地轴旋转形成一锥面, 重力矢量的端点形成一空间圆即圆锥底面。为此, 本文以初始时刻凝固载体坐标系为惯性系, 对重力矢量低通滤波后进行空间圆数值拟合得到旋转地轴矢量, 通过矢量解算得到对应时刻的地理坐标系, 进行矩阵连乘得到对准矩阵, 完成对准过程。

1 基于空间圆拟合的对准方法

定义地理系东北天为导航坐标系 n 系, 载体坐标系为 b 系, 初始时刻载体坐标系为 b_0 系, 初始时刻地理坐标系为 n_0 系。

1.1 传统的基于惯性系的对准方法

基座晃动会引入晃动角速度, 而地球自转角速度 ω_{ie} 数量级为 10^{-5} rad/s, 导致陀螺仪无法从测量值中将地球自转角速度识别出来, 因此基于地球自转角速度和重力加速度矢量的双矢量定姿方法无法在晃动基座下使用^[8]。为此, 传统晃动基座对准方法采用基于重力矢量的惯性系间接对准方法, 根据惯性系的不同, 可以分为地理系、地心惯性系、地球系等, 以地理系为例, 其对准传递矩阵为

$$\mathbf{C}_b^n = \mathbf{C}_{n_0}^n \mathbf{C}_{b_0}^{n_0} \mathbf{C}_b^{b_0} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{C}_b^{b_0}$ 可由陀螺输出进行姿态更新得到; $\mathbf{C}_{n_0}^n$ 矩阵为地理系统地球旋转轴定轴旋转形成, 可由载体所处纬度 lat 以及初始对准时间 t 确定

$$\mathbf{C}_{n_0}^n = \begin{bmatrix} \cos\omega_{ie}t & -\sin\omega_{ie}t & \sin\omega_{ie}tcl \\ \sin\omega_{ie}t & 1 - (1 - \cos\omega_{ie}t)sl^2 & (1 - \cos\omega_{ie}t)slcl \\ -\sin\omega_{ie}tcl & (1 - \cos\omega_{ie}t)slcl & 1 - (1 - \cos\omega_{ie}t)cl^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (2)$$

式中, sl, cl 为 lat 的正弦和余弦值。

对于 $\mathbf{C}_{b_0}^{n_0}$ 的求解, 通常采用积分双矢量方法和多矢量 Wahba 方法。积分双矢量方法是指使用 2 个不同时间段的重力矢量在不同坐标系内投影的积分作为双矢量, 按照双矢量定姿方法进行求解^[9]

$$\begin{cases} \mathbf{F}_i^{b_0} = \int_0^{t_i} \mathbf{C}_{b_0}^{b_0} \mathbf{f}_i^b dt \\ \mathbf{G}_i^{n_0} = - \int_0^{t_i} \mathbf{g}^{n_0} dt \end{cases}, i = 1, 2 \quad (3)$$

\mathbf{f}_i^b 为加速度计的测量值, 为充分利用对准数据且保证对准所用双矢量之间的不共线性, 通常采用 $t_2 = 2t_1, t_2$ 为对准时间。

多矢量 Wahba 方法是指通过构建指标函数求解最优矩阵, 通常其求解方法包括奇异值分解法和最优四元数估计方法等^[10-12], 不同的求解方法之间存在等价性^[13]。对重力矢量进行 m 次观测时的指标函数为

$$J^* (\mathbf{C}_{b_0}^{n_0}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \omega_i |\mathbf{g}_i^{n_0} - \mathbf{C}_{b_0}^{n_0} \mathbf{g}_i^{b_0}|^2 = \min \quad (4)$$

式中, ω_i 为标量权值, 可选为 1。

1.2 基于空间圆拟合的对准模型

定义重力矢量在 b_0 系内的投影为 $\mathbf{g}_{t_i}^{b_0}$, 在一段时间内, 重力矢量在 b_0 系内将形成一个旋转锥面, 在 b_0 系内观察重力矢量端点即构成一空间圆 C 。如图 1 所示: C 的圆心 O' 与 b_0 系坐标原点 O^{b_0} 构成矢量 $\overrightarrow{O^{b_0}O'}$, 该矢量即为旋转地轴。 $\overrightarrow{O^{b_0}O'}$ 与对应时刻的地理天向 $\overrightarrow{O_{n_{t_i}}^{b_0}U_{t_i}^{b_0}}$ 以及对应时刻的地理北向 $\overrightarrow{O_{n_{t_i}}^{b_0}N_{t_i}^{b_0}}$ 构成直角三角形, 通过解算该三角形得到地理北向, 从而得到对应时刻的地理坐标系即导航系。将 $\mathbf{g}_{t_i}^{b_0}$ 作为 $O_{n_{t_i}}^{b_0}U_{t_i}^{b_0}$ 的方向向量, 通过式(5)、式(6)和式(7)在 b_0 系内完成 n_{t_i} 系的构建, 从而得到式(8)中的矩阵 $\mathbf{C}_{b_0}^{n_{t_i}}$ 。

$$lat = \arcsin\left(\frac{|\overrightarrow{O^{b_0}O'}|}{|\overrightarrow{O^{b_0}O_{n_{t_i}}^{b_0}}|}\right) \quad (5)$$

$$O_{n_{t_i}}^{b_0}N_{t_i}^{b_0} = \mathbf{g}_{t_i}^{b_0} - \frac{O^{b_0}O'}{|O^{b_0}O'}| \cdot |\mathbf{g}_{t_i}^{b_0}| \cdot \csc(lat) \quad (6)$$

$$O_{n_{t_i}}^{b_0}E_{t_i}^{b_0} = O_{n_{t_i}}^{b_0}U_{t_i}^{b_0} \times O_{n_{t_i}}^{b_0}N_{t_i}^{b_0} \quad (7)$$

通过矩阵连乘

$$\mathbf{C}_{b_{t_i}}^{n_{t_i}} = \mathbf{C}_{b_{b_0}}^{n_{t_i}} \mathbf{C}_{b_{t_i}}^{b_0} \quad (8)$$

即可得到对准矩阵 $\mathbf{C}_{b_{t_i}}^{n_{t_i}}$ 。

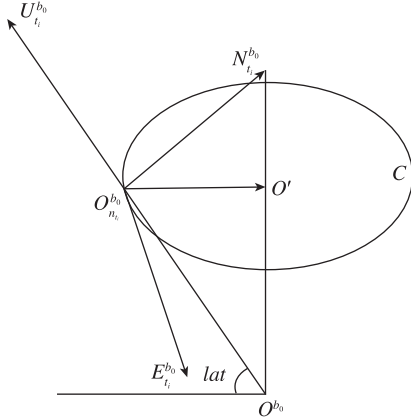


图1 凝固载体系内构建地理坐标系示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the geographic coordinate system constructed by the solidified coordinate system

2 旋转地轴解算模型

2.1 重力矢量投影至载体系

通过上述说明,求解对准矩阵的关键一步在于旋转地轴的解算,即求解重力矢量端点空间圆拟合圆心。为了求解重力矢量端点空间圆拟合,首先需要将加速度计测量矢量 $f_{t_i}^{b_{t_i}}$ 投影至 b_0 系

$$f_{t_i}^{b_0} = \mathbf{C}_{b_{t_i}}^{b_0} f_{t_i}^{b_{t_i}} \quad (9)$$

式中

$$\dot{\mathbf{C}}_{b_{t_i}}^{b_0} = \mathbf{C}_{b_{t_i}}^{b_0} (\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times) \quad (10)$$

该矩阵可根据陀螺的输出进行实时更新, $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b \times$ 表示由 $\boldsymbol{\omega}_{ib}^b$ 构成的三维反对称矩阵。

由于基座的晃动往往会引入线运动的干扰,导致无法使用真实的重力信息,为此通常选择引入低通滤波器等方式对投影的重力矢量进行滤波处理。滤波原理为在 b_0 系内观察重力信息,重力信息的变化频率为

$$f = \frac{1}{24 \times 3600} = 1.16 \times 10^{-5} \text{ Hz} \quad (11)$$

而一般情况下基座晃动引起的线运动干扰的频率远高于此,因此可以采取低通滤波处理线运动的干扰。

低通滤波器参数通常设置为:滤波器类型为巴特沃斯低通模拟滤波器,通带频率 $W_p = 0.001 \text{ Hz}$,通带衰减 $R_p = 1 \text{ dB}$,截止频率 $W_s = 0.05 \text{ Hz}$,阻带衰减 $R_s = 40 \text{ dB}$,采样频率为 125 Hz ,该滤波器可以使低频的重力信号通过而对高频的扰动信号起到衰减作用。

2.2 求解拟合端点平面方程

根据重力矢量定轴旋转特性,对投影并滤波后的重力矢量 $f_{t_i}^{b_0}$,设其空间坐标为 $[f_{x_i}^{b_0} \ f_{y_i}^{b_0} \ f_{z_i}^{b_0}]$,设拟合平面方程为

$$ax + by + cz - 1 = 0 \quad (12)$$

式中, a, b, c 为平面参数,理想情况下, b_0 系内所有重力矢量投影点端点均在一个平面方程上,以此构建误差观测方程

$$D = \sum_{i=1}^n (af_{x_i}^{b_0} + bf_{y_i}^{b_0} + cf_{z_i}^{b_0} - 1)^2 \quad (13)$$

根据最小二乘理论,平面法向量为

$$[a, b, c]^T = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{I} \quad (14)$$

式中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} f_{x_1}^{b_0} & f_{y_1}^{b_0} & \cdots & f_{x_n}^{b_0} \\ f_{y_1}^{b_0} & f_{y_2}^{b_0} & \cdots & f_{y_n}^{b_0} \\ f_{z_1}^{b_0} & f_{z_2}^{b_0} & \cdots & f_{z_n}^{b_0} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{I} = [1 \ 1 \ \cdots \ 1]^T \quad (16)$$

2.3 求解拟合圆圆心坐标

根据圆心 $O'(x_0, y_0, z_0)$ 与任意弦中点连线垂直于弦的特点,对于圆上任意两点可构建中垂线方程

$$[f_{x_i}^{b_0} - f_{x_{i+1}}^{b_0}, f_{y_i}^{b_0} - f_{y_{i+1}}^{b_0}, f_{z_i}^{b_0} - f_{z_{i+1}}^{b_0}] \cdot \left[\frac{f_{x_i}^{b_0} + f_{x_{i+1}}^{b_0}}{2} - x_0, \frac{f_{y_i}^{b_0} + f_{y_{i+1}}^{b_0}}{2} - y_0, \frac{f_{z_i}^{b_0} + f_{z_{i+1}}^{b_0}}{2} - z_0 \right]^T = 0 \quad (17)$$

结合平面方程(12),可构建误差观测方程

$$[v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_n]^T = \begin{bmatrix} a & \Delta f_{x_{12}}^{b_0} & \Delta f_{x_{23}}^{b_0} & \cdots & \Delta f_{x_{n-1,n}}^{b_0} \\ b & \Delta f_{y_{12}}^{b_0} & \Delta f_{y_{23}}^{b_0} & \cdots & \Delta f_{y_{n-1,n}}^{b_0} \\ c & \Delta f_{z_{12}}^{b_0} & \Delta f_{z_{23}}^{b_0} & \cdots & \Delta f_{z_{n-1,n}}^{b_0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} - [1 \ l_1 \ l_2 \ \cdots \ l_{n-1}]^T \quad (18)$$

式中

$$l_i = \frac{f_{x_{i+1}}^{b_0 2} + f_{y_{i+1}}^{b_0 2} + f_{z_{i+1}}^{b_0 2} - f_{x_i}^{b_0 2} - f_{y_i}^{b_0 2} - f_{z_i}^{b_0 2}}{2} \quad (19)$$

式(18)和式(19)即为间接平差模型^[14-15],根据最小二乘理论,圆心 O' 的最小二乘解为

$$O'^T = (\mathbf{F}^T \mathbf{P} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{P} \mathbf{I} \quad (20)$$

其中,权值矩阵 \mathbf{P} 为单位阵

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} a & \Delta f_{x_{12}}^{b_0} & \Delta f_{x_{23}}^{b_0} & \cdots & \Delta f_{x_{n-1,n}}^{b_0} \\ b & \Delta f_{y_{12}}^{b_0} & \Delta f_{y_{23}}^{b_0} & \cdots & \Delta f_{y_{n-1,n}}^{b_0} \\ c & \Delta f_{z_{12}}^{b_0} & \Delta f_{z_{23}}^{b_0} & \cdots & \Delta f_{z_{n-1,n}}^{b_0} \end{bmatrix}^T \quad (21)$$

$$l = [1 \quad l_1 \quad l_2 \quad \dots \quad l_{n-1}]^T \quad (22)$$

通过上述分析可知,对准方法不需要知道具体的位置信息,对准前首先利用惯性器件测量信息进行空间圆拟合,得到空间圆圆心 O' ,再通过空间矢量计算与矩阵连乘得到对准矩阵。

3 仿真验证

为说明基于空间圆拟合 SINS 初始对准方法(以下简称拟合对准方法)的有效性,设置仿真环境如下:

对准点坐标经度 108° ,纬度 35° ,高程 443m,采样频率 100Hz,对准时间 1min,陀螺常值零位漂移 $0.01^\circ/\text{h}$,随机游走系数 $0.001^\circ/\sqrt{\text{h}}$,加速度计常值偏移 $5 \times 10^{-4}g$,随机游走系数 $1 \times 10^{-5}g/\sqrt{\text{Hz}}$,晃动基座的俯仰角 θ 、横滚角 γ 、偏航角 ψ (单位为 $^\circ$)的变化规律为

$$\begin{cases} \theta = 3\cos(0.3\pi t) \\ \gamma = 7\cos(0.4\pi t) \\ \psi = 50 + 5\cos(0.5\pi t) \end{cases} \quad (23)$$

由于基座晃动引起的载体 3 个轴向的线运动干扰(单位为 m/s)设定为

$$\begin{cases} v_x = 0.01\cos(0.5t) \\ v_y = 0.02\cos(0.33t) \\ v_z = 0.02\cos(0.25t) \end{cases} \quad (24)$$

分别使用拟合对准方法、积分双矢量方法和多矢量 Wahba 方法进行 50 次对准,其中多矢量 Wahba 方法采用最优四元数估计方法进行求解,其姿态角误差如图 2 所示,姿态角误差均值如表 1 所示。

通过分析可知,三种方法的姿态角误差均值均能达到粗对准要求,且三种方法的水平姿态角精度相当,拟合对准方法的偏航角精度相比于积分双矢量方法和多矢量 Wahba 方法分别提升了 $12.37'$ 和 $5.10'$ 。

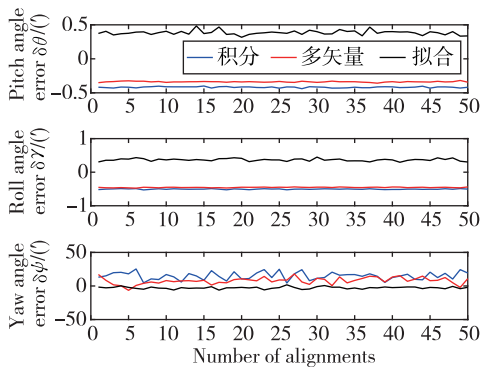


图 2 不同对准方法姿态角误差

Fig. 2 Attitude angle error of different alignment methods

表 1 三种对准方法姿态角误差均值比较

Tab. 1 Comparison of mean values of attitude angle errors of three alignment methods

误差均值/($^\circ$)	对准方法		
	拟合对准方法	积分双矢量方法	多矢量 Wahba 方法
俯仰角误差	0.3845	-0.4176	-0.3380
横滚角误差	0.3675	-0.5049	-0.4540
偏航角误差	-2.7063	15.0770	7.8085

从算法稳定性上看,如表 2 所示,多矢量 Wahba 方法的水平姿态角误差稳定性要好于拟合对准方法和积分双矢量方法,但偏航角误差稳定性不如拟合对准方法。

表 2 三种对准方法姿态角误差均方差比较

Tab. 2 Comparison of attitude angle error's mean square error of three alignment methods

误差均方差/($^\circ$)	对准方法		
	拟合对准方法	积分双矢量方法	多矢量 Wahba 方法
俯仰角误差	0.0327	0.0085	0.0070
横滚角误差	0.0366	0.0095	0.0084
偏航角误差	1.5958	5.6287	4.9692

需要说明的是,与积分双矢量方法和多矢量 Wahba 方法不同的是,为了取得较好的空间圆拟合效果,拟合对准方法需要利用一定时间段内的惯导测量数据进行拟合来得到对准结果,在多次验证中表明,最小拟合时间可预先设定为 1min,这也是下一步需要对算法进行优化的方面。

4 结论

1) 本文提出了一种未知纬度条件下基于空间圆拟合的 SINS 初始对准方法,首先将重力信息投影至凝固载体系并进行滤波处理,根据重力矢量绕地轴旋转特性建立间接平差模型,利用惯组测量数据进行空间圆拟合得到旋转地轴,并通过几何关系解算对准矩阵;

2) 为了获得较好的空间圆拟合效果,通常需要采集一定的惯导测量数据才能进入对准过程,实时性不如传统方法,但仍可在常用对准时间内获得优于传统方法的对准精度,下一步研究的侧重点在于对算法实时性进行优化;

3) 与传统对准方法相比,其优点在于通过矢量积反求对准点纬度,对准不需要精确纬度信息且偏航角对准精度与稳定性提升明显。

参考文献

[1] 严恭敏,李思锦,高文劼,等. 纬度未知条件下的抗扰

- 动惯性系初始对准改进方法[J]. 中国惯性技术学报, 2020,28(2):141-146.
- Yan Gongmin, Li Sijin, Gao Wenshao, et al. An improvement for SINS anti-rocking alignment under geographic latitude uncertainty [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020,28(2):141-146(in Chinese).
- [2] 王跃钢, 杨家胜, 杨波. 纬度未知条件下捷联惯导系统晃动基座的初始对准[J]. 航空学报, 2012,33(12):2322-2329.
- Wang Yuegang, Yang Jiasheng, Yang Bo. SINS initial alignment of swaying base under geographic latitude uncertainty[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012,33(12):2322-2329(in Chinese).
- [3] 刘锡祥, 杨燕, 黄永江, 等. 未知纬度条件下基于重力视运动与小波去噪的 SINS 自对准方法[J]. 中国惯性技术学报, 2016,24(3):306-313.
- Liu Xixiang, Yang Yan, Huang Yongjiang, et al. Self-alignment algorithm without latitude for SINS based on gravitational apparent motion and wavelet denoising[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2016,24(3):306-313(in Chinese).
- [4] 郑振宇, 解维河, 郑智林. 未知纬度下基于四元数解算的 SINS 的对准方法[J]. 航天控制, 2019, 37(2):19-24.
- Zheng Zhenyu, Xie Weihe, Zheng Zhilin. An new alignment method of SINS without latitude based on quaternion calculation[J]. Aerospace Control, 2019, 37(2):19-24(in Chinese).
- [5] 吕维维, 程向红. 未知纬度的捷联惯导系统晃动基座自对准方法[J]. 中国惯性技术学报, 2017, 25(3):281-288.
- Lyu Weiwei, Cheng Xianghong. Novel self-alignment algorithm with unknown latitude for SINS on swing base [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2017,25(3):281-288(in Chinese).
- [6] 张剑慧, 秦永元, 龙瑞. 捷联惯导系统双矢量定姿方法研究[J]. 计算机测量与控制, 2010,18(11):2634-2637.
- Zhang Jianhui, Qin Yongyuan, Long Rui. Studying on algorithm of double-vector attitude determination in SINS [J]. Computer Measurement & Control, 2010,18(11):2634-2637(in Chinese).
- [7] Gu D, El-Sheimy N, Hassan T, et al. Coarse alignment for marine SINS using gravity in the inertial frame as a reference [C]//Proceedings of Position, Location and Navigation Symposium. Monterey, CA, 2008.
- [8] 秦永元, 严恭敏, 顾冬晴, 等. 摇摆基座上基于信息的捷联惯导粗对准研究[J]. 西北工业大学学报, 2005,23(5):140-143.
- Qin Yongyuan, Yan Gongmin, Gu Dongqing, et al. A clever way of SINS coarse alignment despite rocking ship[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2005,23(5):140-143(in Chinese).
- [9] 严恭敏, 翁浚. 捷联惯导算法与组合导航原理[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2019:198-200.
- Yan Gongmin, Weng Jun. Strapdown inertial navigation algorithm and integrated navigation principle[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2019:198-200(in Chinese).
- [10] 严恭敏, 陈若彤, 郭鹏. 多矢量定姿的 SVD 和 QUEST 算法等价性分析[J]. 中国惯性技术学报, 2019,27(5):568-572.
- Yan Gongmin, Chen Ruotong, Guo Kun. Equivalence analysis between SVD and QUEST for multi-vector attitude determination[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2019,27(5):568-572(in Chinese).
- [11] Wahba G. A least squares estimate of satellite attitude [J]. SLAM Review, 1965,7(3):409.
- [12] Shuster M D, Oh S D. Three-axis attitude determination from vector observation[J]. Journal of Guidance and Control, 1981,4(1):70-77.
- [13] 陈河, 张志利, 周召发, 等. 两种 SINS 惯性系四元数粗对准算法等价性分析[J]. 系统工程与电子技术, 2018,40(5):1098-1103.
- Chen He, Zhang Zhili, Zhou Zhaofa, et al. Equivalence analysis between two quaternion based coarse alignment algorithms for SINS with inertial frame[J]. Systems Engineering and Electronics, 2018, 40(5):1098-1103(in Chinese).
- [14] 张曦, 朱永吉, 兰浩, 等. 基于半径约束的空间圆拟合算法及其花键装配上的应用[J]. 计量与测试技术, 2019, 46(6):69-72.
- Zhang Xi, Zhu Yongji, Lan Hao, et al. A space circle fitting algorithm based on radius constraint and its application in spline assembly[J]. Metrology & Measurement Technique, 2019, 46(6):69-72(in Chinese).
- [15] 李英硕, 杨帆, 袁兆奎. 空间圆形拟合检测新方法[J]. 测绘科学, 2013,38(6):147-148.
- Li Yingshuo, Yang Fan, Yuan Zhaokui. A detection method for 3D circle fitting[J]. Science of Surveying and Mapping, 2013,38(6):147-148(in Chinese).

(编辑:李瑾)