

四加速度计组合的测试方法研究

董春梅, 刘庆博, 任顺清

(哈尔滨工业大学空间控制与惯性技术中心, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 探讨了将四只加速度计在分度头上标定其误差模型系数的方法。通过推导分度头角位置误差与各加速度计输出、误差模型系数之间的关系, 计算出分度头角位置误差不影响标定因子的标定精度, 分度头角位置误差的二次及以上谐波成分对加速度计误差模型系数的标定结果也没有影响, 即仅有角位置误差的一次谐波影响标定精度。针对分度头角位置误差进行检测, 可分离出角位置误差的一次谐波, 将其进行补偿后可进一步提高误差模型系数的标定精度。仿真分析验证了该测试方法的有效性。

关键词: 加速度计; 误差模型系数; 分度头; 误差分离技术

中图分类号: U666.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 2095-8110(2014)02-0074-07

Study on Test Methods of Four Integrated Accelerometers

DONG Chun - mei, LIU Qing - bo, REN Shun - qing

(Space Control and Inertial Technology Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150080, China)

Abstract: A method of calibrate the error model coefficients of four accelerometers which equal - spaced installed on indexing table was researched in this paper. The relationships between angular position errors of indexing table, the outputs of accelerometers and the error model coefficients were derived, based on which the identification method for error model coefficients of accelerometer was studied, the results show that the angular position errors have no impacts on the calibration accuracy of scale factors, and the second - order or higher order harmonic components of angular position errors have no impacts on the other error model coefficients except the first - order harmonic. The first - order harmonic of indexing table' s position errors can be measured, and the calibration accuracy of error model coefficients can be further improved by compensation for the first - order harmonic errors. The effectiveness of the proposed test method was verified by simulation analysis.

Key words: Accelerometer; Error model coefficient; Indexing table; Error separating technology

0 引言

随着对惯导系统精度要求的不断提高, 对其核心元件加速度计的精度要求也越来越高。目前由于加工工艺和技术的限制, 为提升加速度计的精度, 研究主要侧重于测试技术和辨识方法, 通过建立误差模型, 进行对各类误差分离补偿, 来进一步达到提高加速度计使用精度的目的^[1-2]。

对于低精度的加速度计, 由于测试设备的误差远小于被测加速度计的误差, 设备的误差对测试结果的影响很小, 但目前加速度计的精度已经达到 10^{-5} 数量级甚至更高, 已经接近测试设备的精度, 因此测试设备的误差对标定结果会产生一

定的影响^[3]。文献 [4-6] 中介绍了加速度计在转台和离心机上的测试方法, 来消除测试设备中转角误差对测试精度的影响。

加速度计在分度头上的标定结果是在离心机上进一步标定加速度计其他误差模型系数的基础^[7-8]。国内外根据分度头的加工工艺不同, 分度头的角位置分辨力在 $0.1'' \sim 10''$ 不等。国内采用光栅分度头对惯导级加速度计进行标定, 它的角位置分辨力为 $0.1''$ 。在分度头的精度不高或实验环境恶劣的条件下, 导致分度头的角位置误差较大, 对高精度加速度计的标定精度产生很大的影响。因此, 研究消除测试中分度头的角位置误差对加

收稿日期: 2014-07-08; 修订日期: 2014-09-11。

基金项目: “十二五” 预研项目 (51309050202)

作者简介: 董春梅 (1986-), 女, 博士研究生, 从事惯性组合测试方法研究。E-mail: dcmj@126.com

速度计标定结果影响的方法，具有一定的工程应用价值。

以往在分度头上对加速度计进行标定时，采用的单加速度计标定法，没有考虑分度头的误差对加速度计标定结果的影响。文献 [9] 采用正交安装的双加速度计，可以准确标定加速度计的标度因数，消除了分度头的角位置误差对其标定结果的影响。

本文对四只加速度计进行组合测试，研究如何准确标定出加速度计的其他误差模型系数，使分度头误差受到最大限度的抑制。

1 加速度计的安装与测试方法

采用 4 只加速度计进行组合测试，加速度计在分度头上的安装方式如图 1 所示，夹具体安装在分度头回转轴端，分别将加速度计安装夹具体的 4 个工作面上，相邻加表的输入轴约成 90°，并且它们的摆轴 PA 始终处于水平状态且与分度头的旋转轴平行。表 1 的输入轴 IA 处于水平状态，输出轴 OA 指天；表 2 的输入轴 IA 指地，根据右手定则确定 OA 方向；表 3 的输入轴 IA 处于水平，OA 指地；表 4 的输入轴 IA 指天，根据右手定则确定 OA 方向。

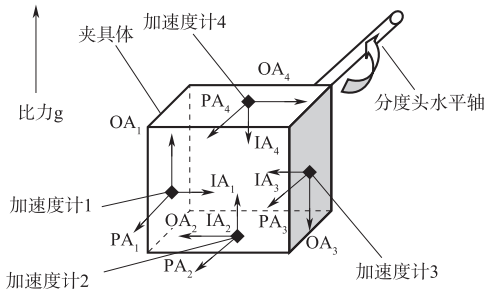


图 1 加速度计安装示意图

Fig. 1 Installation site of accelerometer

分度头旋转至标称角位置 α 时，令第 i 只加速度计安装时存在的非正交误差为 η_i ($i = 1, 2, 3, 4$)，测试时存在的角位置误差为 $\Delta\alpha$ 。

于是表 1 的输入轴与输出轴的比力为：

$$a_{I_1} = \sin(\alpha + \Delta\alpha + \eta_1)、a_{O_1} = \cos(\alpha + \Delta\alpha + \eta_1) \quad (1)$$

类似地，此时表 2 的输入轴与输出轴的比力为：

$$a_{I_2} = \cos(\alpha + \Delta\alpha + \eta_2)、a_{O_2} = -\sin(\alpha + \Delta\alpha + \eta_2) \quad (2)$$

表 3 的输入轴与输出轴的比力为：

$$a_{I_3} = -\sin(\alpha + \Delta\alpha + \eta_3)、a_{O_3} = -\cos(\alpha + \Delta\alpha + \eta_3) \quad (3)$$

表 4 的输入轴与输出轴的比力为：

$$a_{I_4} = -\cos(\alpha + \Delta\alpha + \eta_4)、a_{O_4} = \sin(\alpha + \Delta\alpha + \eta_4) \quad (4)$$

2 加速度计的安装与测试方法

2.1 误差模型系数的标定

加速度计在分度头上进行测试时，忽略摆轴 PA 的安装误差，即 $a_p = 0$ ，故加速度计的误差模型方程为：

$$U = K_F + K_I a_i + K_O a_o + K_{I_0} a_i a_o + K_{II} a_i^2 + \varepsilon \quad (5)$$

其中 U —加速度计输出，V； K_F —零位偏置，V； K_I —标度因数，V/g； K_{II} —二阶非线性误差系数，V/g²； K_{I_0} —交叉耦合误差系数，V/g²； ε —随机误差，V。这里 K_F 、 K_O 、 K_{I_0} 、 K_{II} 相对于 K_I 为微小量。

将分度头上 4 只加速度计的不同输入量式 (1) ~ (4)，代入公式 (5) 中，忽略二阶小量后，可得到分度头处于 α 角位置时，加速度计的 outputs 为：

$$U_1 = K_{F_1} + K_{I_1} \sin\alpha + K_{O_1} \cos\alpha + K_{I_0_1} \sin\alpha \cos\alpha + K_{II_1} \sin^2\alpha + K_{I_1} (\Delta\alpha + \eta_1) \cos\alpha + \varepsilon_1 \quad (6)$$

$$U_2 = K_{F_2} + K_{I_2} \cos\alpha - K_{O_2} \sin\alpha - K_{I_0_2} \sin\alpha \cos\alpha + K_{II_2} \cos^2\alpha - K_{I_2} (\Delta\alpha + \eta_2) \sin\alpha + \varepsilon_2 \quad (7)$$

$$U_3 = K_{F_3} - K_{I_3} \sin\alpha - K_{O_3} \cos\alpha + K_{I_0_3} \sin\alpha \cos\alpha + K_{II_3} \sin^2\alpha - K_{I_3} (\Delta\alpha + \eta_3) \cos\alpha + \varepsilon_3 \quad (8)$$

$$U_4 = K_{F_4} - K_{I_4} \cos\alpha + K_{O_4} \sin\alpha - K_{I_0_4} \sin\alpha \cos\alpha + K_{II_4} \cos^2\alpha + K_{I_4} (\Delta\alpha + \eta_4) \sin\alpha + \varepsilon_4 \quad (9)$$

下面为方便计算，将式 (6) ~ (9) 除以加速度计自身标度因数的标称值 K_I 后有：

$$U'_1 = K'_{F_1} + (1 + \Delta K_{I_1}) \sin\alpha + (K'_{O_1} + \eta_1) \cos\alpha + K'_{I_0_1} \sin\alpha \cos\alpha + K'_{II_1} \sin^2\alpha + \Delta\alpha \cos\alpha + \varepsilon_1 \quad (10)$$

$$U'_2 = K'_{F_2} + (1 + \Delta K_{I_2}) \cos\alpha - (K'_{O_2} + \eta_2) \sin\alpha - K'_{I_0_2} \sin\alpha \cos\alpha + K'_{II_2} \cos^2\alpha - \Delta\alpha \sin\alpha + \varepsilon_2 \quad (11)$$

$$U'_3 = K'_{F_3} - (1 + \Delta K_{I_3}) \sin\alpha - (K'_{O_3} + \eta_3) \cos\alpha + K'_{I_0_3} \sin\alpha \cos\alpha + K'_{II_3} \sin^2\alpha - \Delta\alpha \cos\alpha + \varepsilon_3 \quad (12)$$

$$U'_4 = K'_{F_4} - (1 + \Delta K'_{I_4}) \cos \alpha + (K'_{O_4} + \eta_4) \sin \alpha - K'_{I_{O_4}} \sin \alpha \cos \alpha + K'_{I_{O_4}} \cos^2 \alpha + \Delta \alpha \sin \alpha + \varepsilon_4 \quad (13)$$

首先, 测试中引入的角位置误差 $\Delta\alpha$ 是以 2π 为周期的周期函数, 可展开成 Fourier 级数:

$$\Delta\alpha = \Delta\alpha_0 + \Delta\alpha_{1c} \cos \alpha + \Delta\alpha_{1s} \sin \alpha + \Delta\alpha_{2c} \cos 2\alpha + \Delta\alpha_{2s} \sin 2\alpha + \Delta\alpha_{3c} \cos 3\alpha + \Delta\alpha_{3s} \sin 3\alpha + \Delta\alpha_{4nsc}(\alpha) \quad (14)$$

其中 $\Delta\alpha_{4nsc}$ 为角位置 α 四次以上谐波的合成。

角位置误差 $\Delta\alpha$ 按式(14)展开后, 进一步将4个加速度计误差模型(10)~(13)进行代数组合有:

$$\begin{aligned} V_z &= U'_1 \cos \alpha - U'_2 \sin \alpha - U'_3 \cos \alpha + U'_4 \sin \alpha \\ &= 0.5(K'_{O_1} + K'_{O_2} + K'_{O_3} + K'_{O_4}) + 4(\Delta\alpha_0 + \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4) + [-K'_{F_2} + K'_{F_4} + 0.25(K'_{I_{O_1}} - K'_{I_{O_2}} - K'_{I_{O_3}} + K'_{I_{O_4}}) + 2\Delta\alpha_{1s}] \sin \alpha + [K'_{F_1} + 0.25(K'_{I_{O_1}} + K'_{I_{O_2}} - K'_{I_{O_3}} - K'_{I_{O_4}}) + 2\Delta\alpha_{1c}] \cos \alpha + [0.5(\Delta K_{I_1} - \Delta K_{I_2} + \Delta K_{I_3} - \Delta K_{I_4}) + 2\Delta\alpha_{2s}] \sin 2\alpha + [0.5(K'_{O_1} - K'_{O_2} + K'_{O_3} - K'_{O_4}) + 2\Delta\alpha_{2c}] \cos 2\alpha + [0.25(K'_{I_{O_1}} - K'_{I_{O_2}} - K'_{I_{O_3}} + K'_{I_{O_4}}) + 2\Delta\alpha_{3s}] \sin 3\alpha + [0.25(-K'_{I_{O_2}} - K'_{I_{O_1}} + K'_{I_{O_3}} + K'_{I_{O_4}}) + 2\Delta\alpha_{3c}] \cos 3\alpha + 2\Delta\alpha_{4nsc} \end{aligned} \quad (15)$$

将上式写成矩阵形式后:

$$V_z = \Phi_z K_z + 2\Delta\alpha_{4nsc} \quad (16)$$

其中:

$$\Phi_z = \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & \sin 2\alpha_1 & \cos 2\alpha_1 & \sin 3\alpha_1 & \cos 3\alpha_1 \\ 1 & \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & \sin 2\alpha_2 & \cos 2\alpha_2 & \sin 3\alpha_2 & \cos 3\alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n & \sin 2\alpha_n & \cos 2\alpha_n & \sin 3\alpha_n & \cos 3\alpha_n \end{bmatrix}$$

K_z 为式(15)中的系数矩阵, $\Delta\alpha_{4nsc}$ 为角位置误差 $\Delta\alpha$ 的4次以上谐波成分。

采用最小二乘法, 可得系数矩阵:

$$K_z = (\Phi_z^T \Phi_z)^{-1} \Phi_z^T V_z$$

将上式带入式(16)后, 角位置误差 $\Delta\alpha$ 的4次以上谐波 $\Delta\alpha_{4nsc}$ 为:

$$\Delta\alpha_{4nsc} = \frac{1}{2}(V_z - \Phi_z (\Phi_z^T \Phi_z)^{-1} \Phi_z^T V_z) \quad (17)$$

式(15)推导出了角位置误差与加速度计误差模型系数标定结果之间的关系。采用4只加速度计进行组合测试, 如何准确辨识误差模型系数, 避免角位置误差对加速度计误差模型系数的标定

结果产生影响, 正是下面要解决的问题。

式(15)中的 $\Delta\alpha_0 + \eta_1$ 为安装时引入的失准角, 可利用文献[10]的方法进行求解后补偿。于是对于式(15)中4只加速度计误差模型系数的辨识, 就只受到角位置误差 $\Delta\alpha$ 的一次以上谐波成分的影响。

首先, 说明如何对4个加速度计的误差模型系数与角位置误差 $\Delta\alpha$ 的1~3次谐波成分进行辨识。

以辨识加速度计1的误差模型系数为例, 将角位置误差 $\Delta\alpha$ 的展开式(10)代入加速度计1的误差模型方程(10)后有:

$$\begin{aligned} U'_1 &= (K'_{F_1} + 0.5K'_{I_{O_1}} + 0.5\Delta\alpha_{1c}) + (K'_{O_1} + \Delta\alpha_0 + \eta_1 + \Delta\alpha_{2c}) \cos \alpha + (1 + \Delta K_{I_1} + \Delta\alpha_{2s}) \sin \alpha + 0.5(-K'_{I_{O_1}} + \Delta\alpha_{1c} + \Delta\alpha_{3c}) \cos 2\alpha + 0.5(K'_{I_{O_1}} + \Delta\alpha_{1s} + \Delta\alpha_{3s}) \sin 2\alpha + 0.5(\Delta\alpha_{2c} + \Delta\alpha_{4c}) \cos 3\alpha + 0.5(\Delta\alpha_{2s} + \Delta\alpha_{4s}) \sin 3\alpha + 0.5(\Delta\alpha_{3c} + \Delta\alpha_{5c}) \cos 4\alpha + 0.5(\Delta\alpha_{3s} + \Delta\alpha_{5s}) \sin 4\alpha + \Delta\alpha_{6nsc} \cos \alpha \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\Delta\alpha_{6nsc}$ 为角位置 α 六次以上谐波的合成。

将上式写成矩阵形式后:

$$U'_1 = \Phi_1 M_1 \quad (19)$$

其中:

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} 1 & \sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 & \sin 2\alpha_1 & \cos 2\alpha_1 & \sin 3\alpha_1 & \cos 3\alpha_1 & \sin 4\alpha_1 & \cos 4\alpha_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin \alpha_n & \cos \alpha_n & \sin 2\alpha_n & \cos 2\alpha_n & \sin 3\alpha_n & \cos 3\alpha_n & \sin 4\alpha_n & \cos 4\alpha_n \end{bmatrix}$$

$$M_1 = [M_1(1) \ M_1(2) \ M_1(3) \ M_1(4) \ M_1(5) \ M_1(6) \ M_1(7) \ M_1(8) \ M_1(9)]^T$$

采用最小二乘法, 可得系数矩阵:

$$M_1 = (\Phi_1^T \Phi_1)^{-1} \Phi_1^T U'_1 \quad (20)$$

根据式(18), 这里系数矩阵 M_1 由下列关系式组成:

$$\begin{cases} M_1(1) = K'_{F_1} + 0.5K'_{I_{O_1}} + 0.5\Delta\alpha_{1c} \\ M_1(2) = 1 + \Delta K_{I_1} + \Delta\alpha_{2s} \\ M_1(3) = K'_{O_1} + \Delta\alpha_0 + \eta_1 + \Delta\alpha_{2c} \\ M_1(4) = 0.5(K'_{I_{O_1}} + \Delta\alpha_{1s} + \Delta\alpha_{3s}) \\ M_1(5) = 0.5(-K'_{I_{O_1}} + \Delta\alpha_{1c} + \Delta\alpha_{3c}) \\ M_1(6) = 0.5(\Delta\alpha_{2s} + \Delta\alpha_{4s}) \\ M_1(7) = 0.5(\Delta\alpha_{2c} + \Delta\alpha_{4c}) \\ M_1(8) = 0.5(\Delta\alpha_{3s} + \Delta\alpha_{5s}) \\ M_1(9) = 0.5(\Delta\alpha_{3c} + \Delta\alpha_{5c}) \end{cases} \quad (21)$$

根据式(17)容易得到角位置误差 $\Delta\alpha$ 的4~5次谐波成分 $\Delta\alpha_{4s}$ 、 $\Delta\alpha_{4c}$ 、 $\Delta\alpha_{5s}$ 、 $\Delta\alpha_{5c}$ 。另一方面,通过系数矩阵(21)中的 M_1 (6)、 M_1 (7)、 M_1 (8)、 M_1 (9)关系式,可求得 $\Delta\alpha$ 的2~3次谐波成分 $\Delta\alpha_{2s}$ 、 $\Delta\alpha_{2c}$ 、 $\Delta\alpha_{3s}$ 、 $\Delta\alpha_{3c}$ 。于是根据式(17)和(21)求解出了角位置误差的2次以上谐波成分。

加速度1的电压输出被角位置误差的2次谐波成分和失准角补偿后,加速度计1的误差模型方程(10)化为:

$$V'_1 = (K'_{F_1} + \Delta\alpha_{1c}) + K'_{O_1}\cos\alpha + (1 + \Delta K_{I_1})\sin\alpha + (K'_{I_{O_1}} + \Delta\alpha_{1s})\sin\alpha\cos\alpha + (K'_{I_{O_1}} - \Delta\alpha_{1c})\sin^2\alpha + \varepsilon \quad (22)$$

其中:

$$V'_1 = U'_1 - (\Delta\alpha_0 + \eta_1 + \Delta\alpha_{2c}\cos 2\alpha + \Delta\alpha_{2s}\sin 2\alpha + \Delta\alpha_{3c}\cos 3\alpha + \Delta\alpha_{3s}\sin 3\alpha + \Delta\alpha_{4nc})\cos\alpha$$

将上式写成矩阵形式有:

$$V'_1 = \Psi_1 K'_1 + e_1 \quad (23)$$

其中:

$$\Psi_1 = \begin{bmatrix} 1 & \sin\alpha_1 & \cos\alpha_1 & \sin\alpha_1\cos\alpha_1 & \sin^2\alpha_1 \\ 1 & \sin\alpha_2 & \cos\alpha_2 & \sin\alpha_2\cos\alpha_2 & \sin^2\alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \sin\alpha_n & \cos\alpha_n & \sin\alpha_n\cos\alpha_n & \sin^2\alpha_n \end{bmatrix}$$

$K'_1 = [K'_1(1) \ K'_1(2) \ K'_1(3) \ K'_1(4) \ K'_1(5)]^T$, e_1 为残差。

采用最小二乘法,可得系数矩阵:

$$K'_1 = (\Psi_1^T \Psi_1)^{-1} \Psi_1^T V'_1 \quad (24)$$

另一方面,根据式(19),系数矩阵 K'_1 由下列关系式组成:

$$\begin{cases} K'_1(1) = K'_{F_1} + \Delta\alpha_{1c} \\ K'_1(2) = 1 + \Delta K_{I_1} \\ K'_1(3) = K'_{O_1} \\ K'_1(4) = K'_{I_{O_1}} + \Delta\alpha_{1s} \\ K'_1(5) = K'_{I_{O_1}} - \Delta\alpha_{1c} \end{cases} \quad (25)$$

同理,对加速度计2、3、4的电压输出被角位置误差的2次以上谐波成分和失准角补偿后,加速度计的误差模型系数矩阵 K'_i ($i=2,3,4$)有如下关系:

$$\begin{cases} K'_2(1) = K'_{F_2} - \Delta\alpha_{1s}; K'_2(2) = 1 + \Delta K_{I_2} \\ K'_2(3) = -K'_{O_2}; K'_2(4) = -K'_{I_{O_2}} - \Delta\alpha_{1c} \\ K'_2(5) = K'_{I_{O_2}} + \Delta\alpha_{1s} \\ K'_3(1) = K'_{F_3} - \Delta\alpha_{1c}; K'_3(2) = -K'_{O_3} \\ K'_3(3) = -1 - \Delta K_{I_3}; K'_3(4) = K'_{I_{O_3}} - \Delta\alpha_{1s} \\ K'_3(5) = K'_{I_{O_3}} + \Delta\alpha_{1c} \\ K'_4(1) = K'_{F_4} + \Delta\alpha_{1s}; K'_4(2) = -1 - \Delta K_{I_4} \\ K'_4(3) = K'_{O_4}; K'_4(4) = -K'_{I_{O_4}} + \Delta\alpha_{1c} \\ K'_4(5) = K'_{I_{O_4}} - \Delta\alpha_{1s} \end{cases} \quad (26)$$

从式(25)、(26)中可以看到,各加速度计的误差模型系数 K'_{F_i} 、 $K'_{I_{O_i}}$ 、 $K'_{I_{O_i}}$ 角位置误差的一次谐波成分影响,但模型系数 ΔK_{I_i} 、 K'_{O_i} 却完全不受角位置误差的影响,需要求解的20个误差模型系数部分和角位置误差 $\Delta\alpha$ 的1次谐波成分 $\Delta\alpha_{1c}$ 、 $\Delta\alpha_{1s}$ 相互耦合,无法通过上面的20个方程式将这22个未知数求解出来。

为了辨识各加速度计的误差模型系数,可采用自准直仪对分度头的角位置误差进行测量,分离出角位置误差的一次谐波。当角位置误差的一次谐波 $\Delta\alpha_{1c}$ 、 $\Delta\alpha_{1s}$ 已知时,代入式(14)即可成功的将测试中引入的随机角位置误差分离。另一方面,根据式(25)可求得加速度计1误差模型方程(10)的各模型系数为

$$\begin{cases} K'_{F_1} = K'_1(1) - \Delta\alpha_{1c} \\ \Delta K_{I_1} = K'_1(2) - 1 \\ K'_{O_1} = K'_1(3) \\ K'_{I_{O_1}} = K'_1(4) - \Delta\alpha_{1s} \\ K'_{I_{O_1}} = K'_1(5) + \Delta\alpha_{1c} \end{cases} \quad (27)$$

类似地,可求得加速度计2、3、4误差模型方程(11)~(13)的各模型系数为:

$$\begin{cases} K'_{F_2} = K'_2(1) + \Delta\alpha_{1s}; \Delta K_{I_2} = K'_2(2) - 1 \\ K'_{O_2} = -K'_2(3); K'_{I_{O_2}} = -K'_2(4) - \Delta\alpha_{1c} \\ K'_{I_{O_2}} = K'_2(5) - \Delta\alpha_{1s} \\ K'_{F_3} = K'_3(1) + \Delta\alpha_{1c}; \Delta K_{I_3} = -K'_3(2) - 1 \\ K'_{O_3} = -K'_3(3); K'_{I_{O_3}} = K'_3(4) + \Delta\alpha_{1s} \\ K'_{I_{O_3}} = K'_3(5) - \Delta\alpha_{1c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} K'_{F_4} = K'_4(1) - \Delta\alpha_{1s}; \Delta K'_{I_4} = -K'_4(2) - 1 \\ K'_{O_4} = K'_4(3); K'_{I_{O_4}} = -K'_4(4) + \Delta\alpha_{1c} \\ K'_{I_{I_4}} = K'_4(5) + \Delta\alpha_{1s} \end{cases} \quad (28)$$

若角位置误差的一次谐波 $\Delta\alpha_{1s}$ 、 $\Delta\alpha_{1c}$ 未知,通常当角位置误差 $\Delta\alpha$ 的浮动范围在 $[-2'', 2'']$ 上时,一次谐波 $\Delta\alpha_{1s}$ 、 $\Delta\alpha_{1c}$ 很小,一般在 $10^{-5} \sim 10^{-6}$ 的数量级上,故一次谐波对加速度计误差模型系数的标定结果影响较小,甚至可以忽略这种影响,后面的仿真分析中也验证了这一结论。因此当试验中不具备自准直仪测量角位置误差的一次谐波成分的条件时,可将其假设为0,运用方程(25)、(26)求解出4个加速度计误差模型中(10)~(13)的全部模型系数与角位置误差 $\Delta\alpha$ 。

经上述分析,运用4加速度计组合测试法,能够成功解算出角位置误差的2次以上谐波成分,在对误差模型系数标定时可自动补偿,同时指出了角位置误差的1次谐波成分与加速度计误差模型系数标定结果之间的关系,从而进一步消除了角位置误差对加速度计误差模型系数的标定结果产生影响。

2.2 误差模型系数的标定精度

以求解加速度计1的误差模型系数标定精度为例,当角位置误差的一次谐波成分已知时,根据式(23)可知,加速度计1的残差可表示为:

$$e_1 = V'_1 - \Psi_1 K'_1 \quad (29)$$

则加速度计1的单位权标准差为:

$$\sigma(V'_1) = \sqrt{\frac{e_1^T e_1}{n-5}} \quad (30)$$

令 $(\Psi_1^T \Psi_1)^{-1} \Psi_1^T = A$,由式(24)可知 $K'_1(i)$ 的不确定度可表示为:

$$\sigma^2(K'_1(i)) = (a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{in}^2) \sigma^2(V'_1) \quad (31)$$

又同时根据式(27),可得加速度计1误差模型系数的不确定度为:

$$\begin{cases} \sigma^2(K'_{F_1}) = (a_{11}^2 + a_{12}^2 + \dots + a_{1n}^2) \sigma^2(V'_1) + \sigma^2(\Delta\alpha_{1c}) \\ \sigma^2(\Delta K'_{I_1}) = (a_{21}^2 + a_{22}^2 + \dots + a_{2n}^2) \sigma^2(V'_1) \\ \sigma^2(K'_{O_1}) = (a_{31}^2 + a_{32}^2 + \dots + a_{3n}^2) \sigma^2(V'_1) \\ \sigma^2(K'_{I_{O_1}}) = (a_{41}^2 + a_{42}^2 + \dots + a_{4n}^2) \sigma^2(V'_1) + \sigma^2(\Delta\alpha_{1s}) \\ \sigma^2(K'_{I_{I_1}}) = (a_{51}^2 + a_{52}^2 + \dots + a_{5n}^2) \sigma^2(V'_1) + \sigma^2(\Delta\alpha_{1c}) \end{cases}$$

同理,对于加速度计2、3、4误差模型系数的不确定度也有类似的结论,由于篇幅有限,此处不再赘述。

上述分析了角位置误差与随机误差对加速度计误差模型系数标定精度的影响,由上式可以看出,误差模型系数 $\Delta K'_{I_i}$ 、 K'_{O_i} 的精度只受随机误差的影响,而误差模型系数 K'_{F_i} 、 $K'_{I_{O_i}}$ 、 $K'_{I_{I_i}}$ 受系统误差 $\Delta\alpha_{1s}$ 、 $\Delta\alpha_{1c}$ 和随机误差两者的影响。

3 仿真分析

对4只加速度计进行24位置测试,测试中引入的角位置误差在 $[-2'', 2'']$ 上随机生成。分别观察在单表标定法、4只加速度计组合测试法中,角位置误差对加速度计误差模型系数标定结果的影响。

表1分别在角位置误差一次谐波已知和未知的情况下,采用4只加速度计组合测试法,进行了参数估计的对比。表1中 B_w 列代表角位置误差一次谐波成分 $\Delta\alpha_{1s}$ 、 $\Delta\alpha_{1c}$ 未知时; B_z 列代表角位置误差的一次谐波成分 $\Delta\alpha_{1s}$ 、 $\Delta\alpha_{1c}$ 已知。经自准直仪对分度头角位置误差的测试得,角位置误差的一次谐波 $\Delta\alpha_{1c} = 1.50 \times 10^{-5}$ 、 $\Delta\alpha_{1s} = -1.9 \times 10^{-6}$,多次实测计算出的一次谐波误差系数 $\Delta\alpha_{1c}$ 、 $\Delta\alpha_{1s}$ 的标准差为 5×10^{-7} 数量级。

表1的实验结果表明,采用4加速度计组合测试法标定得到的 B_z 行(角位置误差一次谐波已知时)与 B_w 行(角位置误差一次谐波未知时)的加速度计误差模型系数的标定结果相差不大,且各系数的标准差同在 10^{-6} 的数量级上,但其中模型系数 K_F 、 K_{I_0} 、 K_{I_1} 在 B_z 行的标定精度被系统误差 $\Delta\alpha_{1c}$ 、 $\Delta\alpha_{1s}$ 补偿后较 B_w 行略有变化,验证了4加速度计组合测试法结论的正确性。另一方面, B_z 行与 B_w 行的各系数标定精度同在 10^{-6} 的数量级上,即角位置误差的一次谐波对模型系数的标定结果影响较小,当测试不具备自准直仪测量分度头角位置误差的一次谐波成分的条件时,可以忽略这种影响。

测试中引入 $[-2'', 2'']$ 的随机角位置误差后,采用单表标定法得到的参数估计如表2所示。

表 1 四加速度计组合测试法的模型系数辨识结果

Tab. 1 The identification results of four integrated accelerometers model coefficients

		K_F		K_1		K_O		K_{IO}		K_{II}		U	
		B_z	B_w	B_z	B_w	B_z	B_w	B_z	B_w	B_z	B_w	B_z	B_w
加表 1	标定结果	-8.336×10^{-4}	-8.142×10^{-4}	1.2993698	1.2993698	-1.226×10^{-5}	-1.226×10^{-5}	-2.849×10^{-5}	-3.093×10^{-5}	3.91×10^{-6}	-1.552×10^{-5}		
	标准差	1.1×10^{-6}	9.8×10^{-7}	8.0×10^{-7}	8.0×10^{-7}	8.0×10^{-7}	8.0×10^{-7}	1.7×10^{-6}	1.6×10^{-6}	1.7×10^{-6}	1.6×10^{-6}	2.8×10^{-6}	2.8×10^{-6}
加表 2	标定结果	-4.133×10^{-3}	-4.131×10^{-3}	1.3245304	1.3245304	-7.29×10^{-6}	-7.29×10^{-6}	7.93×10^{-6}	2.774×10^{-5}	1.573×10^{-5}	1.325×10^{-5}		
	标准差	1.4×10^{-6}	1.3×10^{-6}	1.1×10^{-6}	1.1×10^{-6}	1.1×10^{-6}	1.1×10^{-6}	2.2×10^{-6}	2.1×10^{-6}	2.2×10^{-6}	2.1×10^{-6}	3.7×10^{-6}	3.7×10^{-6}
加表 3	标定结果	-9.2×10^{-4}	-9.397×10^{-4}	1.297999	1.297999	-1.173×10^{-5}	-1.173×10^{-5}	-1.905×10^{-5}	-1.661×10^{-5}	7.41×10^{-6}	2.682×10^{-5}		
	标准差	1.2×10^{-6}	1.1×10^{-6}	8.6×10^{-7}	8.6×10^{-7}	8.6×10^{-7}	8.6×10^{-7}	1.8×10^{-6}	1.7×10^{-6}	1.8×10^{-6}	1.7×10^{-6}	3.0×10^{-6}	3.0×10^{-6}
加表 4	标定结果	-1.2999×10^{-3}	-1.3×10^{-3}	1.29999	1.29999	-8.578×10^{-6}	-8.578×10^{-6}	-9.327×10^{-6}	-2.877×10^{-5}	2.48×10^{-6}	4.92×10^{-6}		
	标准差	1.3×10^{-6}	1.2×10^{-6}	9.9×10^{-7}	9.9×10^{-7}	9.9×10^{-7}	9.9×10^{-7}	2.0×10^{-6}	2.0×10^{-6}	2.0×10^{-6}	2.0×10^{-6}	3.4×10^{-6}	3.4×10^{-6}

表 2 单表标定法的模型系数辨识结果

Tab. 2 The identification results of accelerometer model coefficients

		K_F	K_1	K_O	K_{IO}	K_{II}	U
加表 1	标定结果	-8.3×10^{-4}	1.29937	-1.59×10^{-5}	-2.9×10^{-5}	2×10^{-6}	
	标准差	9.9×10^{-5}	8.1×10^{-6}	8.1×10^{-6}	1.6×10^{-5}	1.6×10^{-5}	2.8×10^{-5}
加表 2	标定结果	-0.0041255	1.3245289	-1.567×10^{-5}	4.585×10^{-5}	3.17×10^{-6}	
	标准差	8.8×10^{-6}	7.2×10^{-6}	7.2×10^{-6}	1.4×10^{-5}	1.4×10^{-5}	2.5×10^{-5}
加表 3	标定结果	-9.307×10^{-4}	1.298	-3.51×10^{-6}	2.649×10^{-5}	9.07×10^{-6}	
	标准差	8.4×10^{-6}	6.9×10^{-6}	6.9×10^{-6}	1.4×10^{-5}	1.4×10^{-5}	2.4×10^{-5}
加表 4	标定结果	1.306×10^{-3}	1.299999	-1.6814×10^{-5}	-4.6548×10^{-5}	1.4816×10^{-5}	
	标准差	9.0×10^{-6}	7.3×10^{-6}	7.3×10^{-6}	1.5×10^{-5}	1.5×10^{-5}	2.5×10^{-5}

通过对表 1 和表 2 的数据对比发现，采用 4 加速度计组合测试法得到的标准差与误差模型系数的不确定度同在 10^{-6} 的数量级上，相对单表标定法得到的标准差与模型系数不确定度 10^{-5} 降低了一个数量级。实验结果验证了，4 只加速度计的组测试法，可有效的消除角位置误差对误差模型系数标定结果的影响，进一步提高了加速度计的标定精度。

实际测试中，当分度头的角位置误差小于

10^{-4} 的数量级（= 20.63"）时，利用自准直仪 - 棱体测试后，将角位置误差的一次谐波分离出来后后进行补偿，实际测试的一次谐波的标准差在 5×10^{-7} rad 量级。所以采用四加速度计组合测试并补偿分度头角位置误差的一次谐波后，即可消除角位置误差对误差模型系数标定结果的影响，使得加速度计的标定精度达到 10^{-6} 的数量级。因此，该方法可广泛应用在分度头对加速度计的标定试验中。

4 结论

本文提出了一种将4只加速度计进行组合测试的方法,该方法能够有效抑制角位置误差对加速度计误差模型系数标定精度的影响。具体表现在:对4只加速度计在分度头上的标定方法进行了阐述,指出了分度头上角位置误差的一次谐波成分对各加速度计误差模型系数的标定精度有影响,但角位置误差的2次以上谐波成分会在标定时自动补偿。同时给出了角位置误差的1次谐波成分与4个加速度计误差模型系数标定结果之间的关系。当角位置误差的1次谐波稳定时,可以对其进行精密测试后补偿,进一步提高各误差模型系数的标定精度。

仿真分析的试验结果对比表明,采用该方法得到的辨识精度优于单表标定的辨识精度,有效的分离了因试验设备精度不高而引入的角位置误差,显著提高了加速度计模型系数的不确定度。提出的4加速度计组合测试法克服了测试设备精度不高的缺点,试验方法容易实现,特别对多加速度计同时测试时,具备既能提高测量精度又能提高测试效率的优点。

参考文献

- [1] Mohinder S G, Vinson D H and Randy S M. Application of Kalman filtering to the calibration and alignment of inertial navigation systems [J]. IEEE Trans Automatic Control, 1991, 36 (1): 4 - 13.
- [2] 肖正林, 钱培贤. 惯导平台加速度计安装误差自标定方法研究 [J]. 弹箭与制导学报, 2005, 25 (4): 759 - 762.
- [3] 张春京, 原俊安, 李丹东, 王雷, 任多立. 从加速度计测试技术研究看惯性仪表测试技术发展趋势 [J]. 航天控制, 2005, 23 (2): 78 - 83.
- [4] 刘雨, 郭刚, 苏宝库. 基于多加速度计组合的误差模型自标定方法 [J]. 航空精密制造技术, 2011, 47 (6): 9 - 12.
- [5] 姜岩松, 刘雨, 苏宝库. 正交双加速度计在离心机上的测试方法及模型辨识 [J]. 航空精密制造技术, 2011, 47 (1): 15 - 22.
- [6] 蒋效雄, 刘雨, 苏宝库. 高精度加速度计重力场标定试验方法 [J]. 吉林大学学报 (工学版), 2010, 40 (1): 287 - 292.
- [7] IEEE Recommended Practice for Precision Centrifuge Testing of Linear Accelerometers [C]. IEEE Std 836 - 2001.
- [8] IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single - axis, Nongyroscopic Accelerometers [C]. IEEE Std 1293 - 1998.
- [9] 尹小怡. 精密离心机工作半径的测试方法与误差分析 [D]. 哈尔滨工业大学, 2013, 33 - 45.
- [10] 李巍, 任顺清, 赵洪波. 惯性元件的失准角分离技术研究 [J]. 哈尔滨工业大学学报. 2012, 44, (1): 43 - 46.